

全国 2018 年 4 月高等教育自学考试  
线性代数(经管类)试题  
课程代码:04184

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

说明:在本卷中,  $A^T$  表示矩阵  $A$  的转置矩阵,  $A^*$  表示矩阵  $A$  的伴随矩阵,  $E$  是单位矩阵,  $|A|$  表示方阵  $A$  的行列式,  $r(A)$  表示矩阵  $A$  的秩.

选择题部分

注意事项:

1. 答题时,考生必须将本人的准考证号和姓名,用黑色字迹的笔填写在答题卡上。

填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题卡上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡

4. 设矩阵  $B = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ , 若矩阵  $A$  与  $B$  相似, 则矩阵  $3E - A$  的秩为

- A. 1                      B. 2                      C. 3                      D. 4

5. 设矩阵  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 0 \\ -2 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ , 则二次型  $x^T A x$  的规范形为

- A.  $z_1^2 + z_2^2 + z_3^2$       B.  $z_1^2 + z_2^2 - z_3^2$       C.  $z_1^2 - z_2^2$               D.  $z_1^2 + z_2^2$

## 非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 10 小题, 每小题 2 分, 共 20 分。

6. 设 3 阶行列式  $\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ 2 & 2 & 2 \end{vmatrix} = 1$ , 若元素  $a_{ij}$  的代数余子式为  $A_{ij}$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), 则

$$A_{31} + A_{32} + A_{33} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

7. 已知矩阵  $A = (1, 2, -1)$ ,  $B = (2, -1, 1)$ , 且  $C = A^T B$ , 则  $C = \underline{\hspace{2cm}}$ .

8. 设  $A$  为 3 阶矩阵,  $|A| = -\frac{1}{3}$ , 则行列式  $\left| \left(\frac{1}{2}A\right)^{-1} + 3A^* \right| = \underline{\hspace{2cm}}$ .

9.  $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}^{2016} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}^{2017} = \underline{\hspace{2cm}}.$

10. 设向量  $\beta = (1, 0, 0)^T$  可由向量组  $\alpha_1 = (1, 1, a)^T$ ,  $\alpha_2 = (1, a, 1)^T$ ,  $\alpha_3 = (a, 1, 1)^T$  线性表出, 且表示法唯一, 则  $a$  的取值应满足  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

11. 设向量组  $\alpha_1 = (1, 2, -1)^T$ ,  $\alpha_2 = (0, -4, 5)^T$ ,  $\alpha_3 = (2, 0, t)^T$  的秩为 2, 则  $t = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 已知  $\eta_1 = (1, 0, -1)^T$ ,  $\eta_2 = (3, -1, 5)^T$  是 3 元非齐次线性方程组  $Ax = b$  的两个解, 则对应齐次线性方程组  $Ax = 0$  有一个非零解  $\xi =$  \_\_\_\_\_.
13. 设  $\lambda = -\frac{2}{3}$  为  $n$  阶矩阵  $A$  的一个特征值, 则矩阵  $2E - 3A^2$  必有一个特征值为 \_\_\_\_\_.
14. 设 2 阶实对称矩阵  $A$  的特征值为  $-2, 2$ , 则  $A^2 =$  \_\_\_\_\_.
15. 设二次型  $f(x_1, x_2) = tx_1^2 + x_2^2 - 4tx_1x_2$  正定, 则实数  $t$  的取值范围是 \_\_\_\_\_.

三、计算题: 本大题共 7 小题, 每小题 9 分, 共 63 分。

16. 计算 4 阶行列式  $D = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 0 & 0 \\ 1 & -2 & 3 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{vmatrix}$ .

17. 设  $A = \begin{pmatrix} 0 & a_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_3 \\ a_4 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ , 其中  $a_i \neq 0$  ( $i=1, 2, 3, 4$ ), 求  $A^{-1}$ .

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

21. 已知  $\lambda=0$  是矩阵  $A = \begin{pmatrix} a_1b_1 & a_1b_2 & a_1b_3 \\ a_2b_1 & a_2b_2 & a_2b_3 \\ a_3b_1 & a_3b_2 & a_3b_3 \end{pmatrix}$  (其中  $a_1 \neq 0, b_1 \neq 0$ ) 的一个特征值, 求

$A$  的属于特征值  $\lambda=0$  的全部特征向量.

22. 求正交变换  $x = Qy$ , 将二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 2x_1x_2 + 2x_1x_3 + 2x_2x_3$  化为标准形.

四、证明题: 本题 7 分。

23. 设  $\eta$  为非齐次线性方程组  $Ax = b$  的一个解,  $\xi_1, \xi_2$  为其导出组  $Ax = 0$  的两个线性无关的解. 证明向量组  $\eta, \eta + \xi_1, \eta + \xi_2$  线性无关.